

Aufgabe 5 (Abschlusseigenschaften)

6 (2 + 2 + 2) Punkte

Seien X und Y Sprachen über dem Alphabet $\{0, 1\}$. Beweisen oder widerlegen Sie:

- a) Wenn X und Y semi-entscheidbar sind, dann ist auch XY semi-entscheidbar.
- b) Wenn X entscheidbar ist und Y semi-entscheidbar ist, dann ist $X \setminus Y$ semi-entscheidbar.
- c) Wenn X semi-entscheidbar ist und Y entscheidbar ist, dann ist $X \setminus Y$ semi-entscheidbar.

$$w \stackrel{?}{\in} XY$$

$$w = w_1 \dots w_n$$

$$\begin{array}{cc} \varepsilon & w \\ \text{E?} & \text{E?} \\ X & Y \end{array}$$

$$\begin{array}{cc} w_1 & w_2 \dots w_n \\ \text{E?} & \text{E?} \\ X & Y \end{array}$$

.....

$$\begin{array}{cc} w & \varepsilon \\ \text{E?} & \text{E?} \\ X & Y \end{array}$$

M_x auf ε M_y auf w	X
M_x auf w_1 M_y auf $w_2 \dots w_n$	✓
⋮	
M_x auf w M_y auf ε	

b) Wenn X entscheidbar ist und Y semi-entscheidbar ist, dann ist $X \setminus Y$ semi-entscheidbar.

c) Wenn X semi-entscheidbar ist und Y entscheidbar ist, dann ist $X \setminus Y$ semi-entscheidbar.

$$b) \quad X = \Sigma^* \quad Y = H_{eq} \quad X \setminus Y = \overline{H_{eq}} \quad \downarrow$$

$$c) \quad X \setminus Y = X \cap \overline{Y}$$

Aufgabe 6 (Eigenschaften von Aufzählern)

5 (2 + 3) Punkte

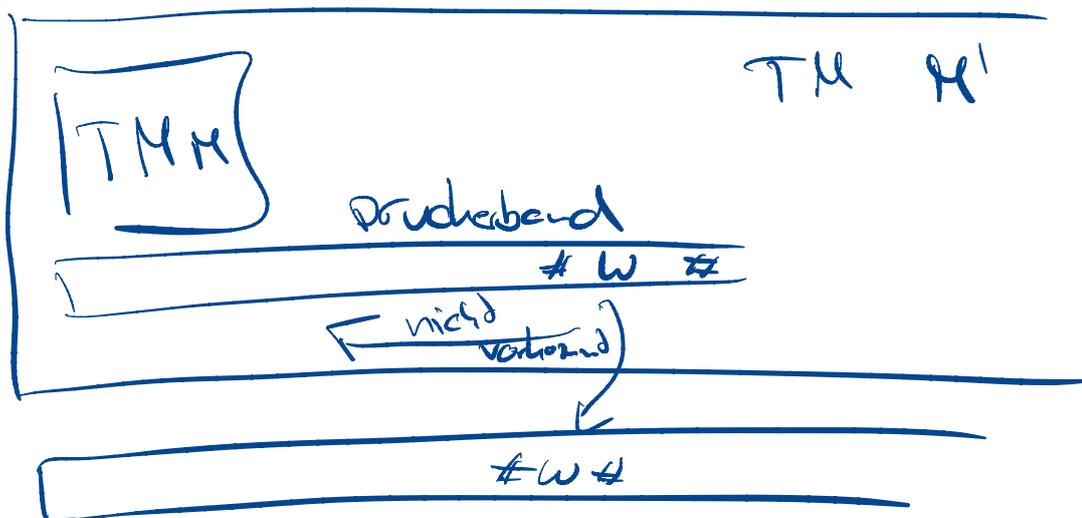
Ein Aufzähler A für eine Sprache L heißt

- sparsam, falls kein Wort in L mehr als einmal auf dem Ausgabeband gedruckt wird;
- kanonisch-organisiert, falls die Worte auf dem Ausgabeband in kanonischer Reihenfolge gedruckt werden.

Beweisen oder widerlegen Sie die folgenden Aussagen. Wenn die Aussage stimmt geben Sie eine Konstruktion an, wenn die Aussage nicht stimmt geben Sie ein Gegenbeispiel.

- Wenn L rekursiv aufzählbar ist, so gibt es einen sparsamen Aufzähler für L .
- Wenn L rekursiv aufzählbar ist, so gibt es einen kanonisch-organisierten Aufzähler für L .

M Aufzähler für L

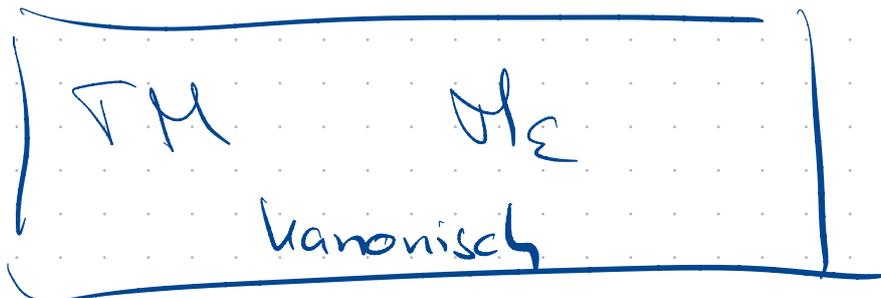


- kanonisch-organisiert, falls die Worte auf dem Ausgabeband in kanonischer Reihenfolge gedruckt werden.

Beweisen oder widerlegen Sie die folgenden Aussagen. Wenn die Aussage stimmt geben Sie eine Konstruktion an, wenn die Aussage nicht stimmt geben Sie ein Gegenbeispiel.

- b) Wenn L rekursiv aufzählbar ist, so gibt es einen kanonisch-organisierten Aufzähler für L .

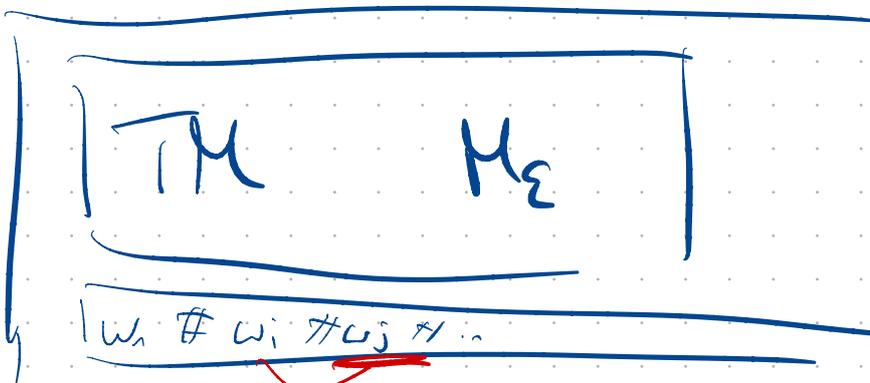
Sei $L = H_E$



$$w_1 \leq w_i \leq w_j$$

$w_1 \# w_i \# w_j \#$

Aufzähler für $\overline{H_E}$



$\# w_{i+1} \# \dots \# w_{j-1} \#$

Finde den Fehler:

sei $L \in \Sigma^*$ ^{endlich} und TM M kanonischer Aufzähler

Konstruieren TM M' die L entscheidet.

M' geht ^{bei Eingabe w} wie folgt vor:

- simuliere M bis entweder w ausgegeben wird \rightarrow accept
- oder ein Wort w' mit $w \leq w'$ ausgegeben wird \rightarrow reject

M' entscheidet L also

ist L entscheidbar

Aufgabe 7 (Alles Akzeptieren)

4 Punkte

Sei $A_{\text{all}} = \{\langle M \rangle \mid M \text{ akzeptiert alle Eingaben}\}$. Zeigen Sie, dass weder die Sprache A_{all} noch ihr Komplement $\overline{A_{\text{all}}}$ semi-entscheidbar sind.

$$H_{\text{all}} \leq A_{\text{all}} \stackrel{\text{Tr 1(b)}}{\Rightarrow} \overline{H_{\text{all}}} \leq \overline{A_{\text{all}}}$$

Instanzen von H_{all}

Instanzen von A_{all}

\exists berechenbare totale Funktion $f: \Sigma^* \rightarrow \Sigma^*$

so dass $x \in H_{\text{all}} \Leftrightarrow f(x) \in A_{\text{all}}$

E-Test 05

Frage 4

Bisher nicht beantwortet

Erreichbare Punkte: 1,00

Frage markieren

Frage bearbeiten

Sei A eine semi-entscheidbare Sprache mit \bar{A} nicht entscheidbar. Welche Aussagen treffen zu?

Wählen Sie eine oder mehrere Antworten:

- a. $A \cap \bar{A}$ ist entscheidbar
- b. $A \cup \bar{A}$ ist entscheidbar
- c. $A \cup \bar{A}$ ist semi-entscheidbar.

$$A \cap \bar{A} = \emptyset$$
$$A \cup \bar{A} = \Sigma^*$$

Frage 9

Bisher nicht beantwortet

Erreichbare Punkte: 1,00

Frage markieren

Frage bearbeiten

Sie möchten im folgenden die Sprache \bar{H}_e auf H_{all} reduzieren.

Wählen Sie dazu die passende Reduktionsfunktion f , so dass $w \in \bar{H}_e \iff f(w) \in H_{\text{all}}$ gilt.

- a. Wenn w **keine** gültige Gödelnummer ist, dann sei $f(w) \notin H_{\text{all}}$.
- b. Wenn w **keine** gültige Gödelnummer ist, dann sei $f(w) \in H_{\text{all}}$. $w \in \bar{H}_e$
- c. Wenn $w = \langle M \rangle$ **eine gültige Gödelnummer** ist, dann sei $f(w)$ die Gödelnummer einer Turingmaschine M^* . Auf einer Eingabe mit Länge i simuliert diese Turingmaschine M^* die Turingmaschine M auf ϵ für i Schritte und geht in Endlosschleife, falls M innerhalb dieser i Schritte hält. Ansonsten hält M^* .

Frage 2

Bisher nicht beantwortet

Erreichbare Punkte: 1,00

Frage markieren

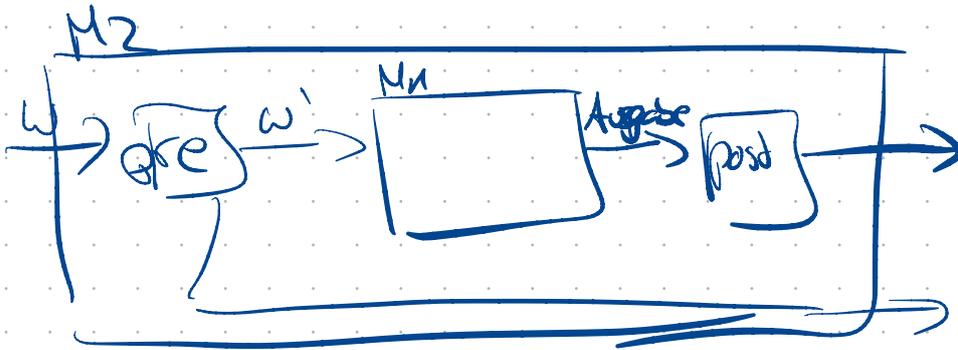
Frage bearbeiten

Welche Aussagen über den Zusammenhang zwischen der Unterprogrammtechnik und Reduktionen sind korrekt?

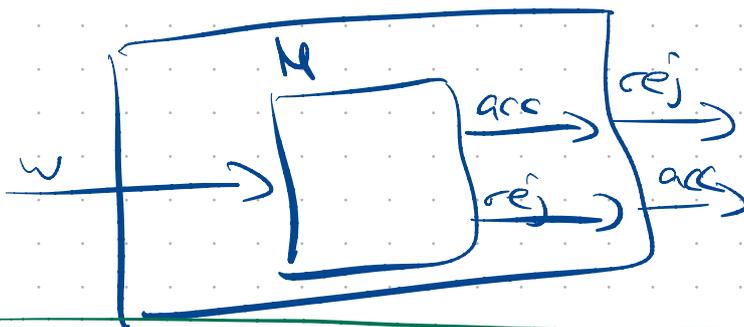
Im folgenden seien L_1 und L_2 zwei Sprachen.

Wählen Sie eine oder mehrere Antworten:

- a. Falls $A \leq B$ und A nicht semi-entscheidbar sind, ist B auch nicht semi-entscheidbar.
- b. Wenn sich L_1 auf L_2 reduzieren lässt ($L_1 \leq L_2$), dann gibt es auch eine TM die L_2 mit Unterprogramm für L_1 löst.
- c. Wenn es eine TM gibt die L_2 entscheiden kann mit Hilfe von einem Unterprogramm für L_1 , so gilt $L_1 \leq L_2$.
- d. Wenn es eine TM gibt die L_2 entscheiden kann mit Hilfe von einem Unterprogramm für L_1 , so gilt $L_2 \leq L_1$.

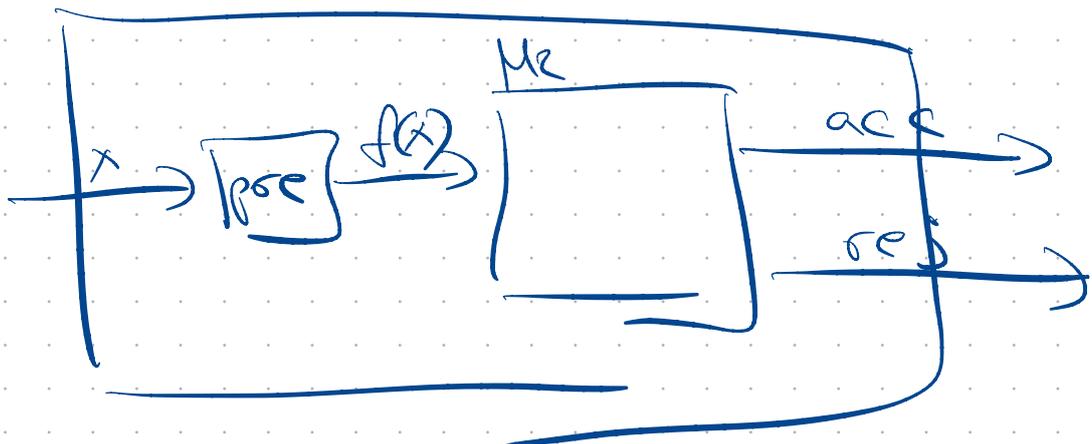


a) $L_1 \leq L_2$ ~~f~~
 b) $L_2 \leq L_1$ ~~f~~



~~$H_1 \leq H_2$~~ ~~f~~

$f(x)$
 \downarrow
 $L_1 \leq L_2$



Frage 1

Bisher nicht beantwortet

Erreichbare Punkte: 1,00

Frage markieren

Frage bearbeiten

Die TM M erkennt eine semi-entscheidbare Sprache L . Was trifft für ein $w \notin L$ garantiert zu?

Wählen Sie eine oder mehrere Antworten:

- a. M verwirft w
- b. M akzeptiert w nicht
- c. M terminiert nicht auf Eingabe w
- d. M akzeptiert w

$L = L(M)$ für eine TM M